ALLEGATO 3

Descrizione del codice di calcolo MIKE 21 – HD

Il codice di calcolo MIKE 21 è un programma modulare contenente diversi codici per la simulazione di corpi idrici per i quali sia possibile approssimare il comportamento con l'approssimazione idrodinamica bidimensionale, piana, per fluidi verticalmente omogenei: il numero "21" che contraddistingue il codice sta proprio ad indicare la bidimensionalità nel piano ("2") e la monodimensionalità lungo la verticale ("1").

Il modulo idrodinamico risolve le equazioni complete del moto di de St.Venant in un caso bidimensionale piano (la terza dimensione - asse z - è implicitamente integrata nelle equazioni considerando un mezzo verticalmente omogeneo), non stazionario. Il sistema di de St.Venant è costituito dalle seguenti equazioni.

Equazione di conservazione della massa:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial q}{\partial y}=0$$

Equazione di conservazione della quantità di moto lungo x:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p^2}{h}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{pq}{h}\right)+gh\frac{\partial \zeta}{\partial x}+\frac{gp\sqrt{p^2+q^2}}{C^2h^2}\\&-\frac{1}{\rho_w}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(h\tau_{xx}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\tau_{yy}\right)\right]-\Omega q-fVV_x+\frac{h}{\rho_w}\frac{\partial}{\partial x}p_a\\&+\frac{1}{\rho_w}\left(\frac{\partial S_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial S_{xy}}{\partial y}\right)=0\end{aligned}$$

Equazione di conservazione della quantità di moto lungo y:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{q^2}{h}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{pq}{h}\right)+gh\frac{\partial \zeta}{\partial y}+\frac{gq\sqrt{p^2+q^2}}{C^2h^2}\\&-\frac{1}{\rho_w}\left[\frac{\partial}{\partial y}\left(h\tau_{yy}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(h\tau_{xy}\right)\right]-\Omega p-fVV_y+\frac{h}{\rho_w}\frac{\partial}{\partial y}p_a\\&+\frac{1}{\rho_w}\left(\frac{\partial S_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial S_{xy}}{\partial x}\right)=0\end{aligned}$$

nelle quali:

h(x,y,t)	=	profondità dell'acqua;
ζ (x,y,t)	=	quota del pelo libero;
p,q(x,y,t)	=	portate unitarie nelle direzioni x e y;
C(x,y)	=	coefficiente di scabrezza di Chezy;
g	=	accelerazione di gravità;
f(V)	=	fattore d'attrito del vento;
V,Vx,Vy(x,y,t)	=	velocità del vento e componenti lungo le direzioni x e y;
Ω (x,y)	=	parametro di Coriolis;
pa (x,y,t)	=	pressione atmosferica;
ρw	=	densità dell'acqua;
x,y	=	coordinate spaziali;
t	=	tempo;
τxx, τxy, τyy	=	componenti dello sforzo di taglio che tengono conto della turbolenza e del profilo verticale delle velocità;

Sxx,Sxy,Syy = componenti del radiation stress (nel caso la forzante idrodinamica derivi dall'interazione tra il moto ondoso ed il fondo).

Il termine di turbolenza è rappresentato dagli sforzi di taglio τ che compaiono nelle equazioni di conservazione della quantità di moto lungo le direzioni x e y. La formulazione utilizzata prende in considerazione il parametro E "eddy viscosity" che è implementato secondo due modalità:

1. dipendente dal flusso locale:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(E\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(E\frac{\partial p}{\partial y}\right) \qquad \text{(nella direzione x);}$$

2. oppure dipendente dalla velocità locale:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(hE\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(hE\frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad \text{(nella direzione x);}$$

tali due equazioni rappresentano il termine di sforzo di taglio nelle equazioni di conservazione della quantità di moto. Il coefficiente E può essere specificato come costante su tutta la griglia, variabile da punto a punto, o come funzione del campo di velocità locale secondo la formulazione di Smagorinski:

$$E = c_S^2\Delta^2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right]$$

nella quale u e v sono le componenti della velocità locale, Δ è la dimensione spaziale della griglia e c_s è una costante compresa tra 0,25 e 1.

In questo caso il termine di sforzo di taglio nelle equazioni di conservazione della quantità di moto (asse x) è dato da:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(hE\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{2}hE\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right)$$

La portata entrante nell'area di calcolo viene assegnata come portata unitaria ($m^3/s/m$) lungo la frontiera libera dalla quale entra il flusso: viene assegnata al modello la portata complessiva (m^3/s) che viene poi ripartita automaticamente sui punti di calcolo della griglia.

La condizioni iniziale è rappresentata da una situazione di "quiete", nel senso che tutte le componenti delle forzanti sono nulle (portate, velocità, livelli) e variano poi linearmente nel tempo fino a raggiungere il valore assegnato in un tempo prefissato. Questa tecnica, detta del "soft start" consente di eliminare eventuali brusche oscillazioni iniziali della soluzione che potrebbero presentarsi per problemi di stabilità numerica. Al termine del "soft start" si verifica che la situazione ottenuta sia di effettiva stazionarietà.

Le equazioni del modello sono risolte alle differenze finite utilizzando il metodo ADI (Alternating Direction Implicit). Il sistema di equazioni linearizzate che scaturisce dall'algoritmo è risolto con il metodo DS (Double Sweep, Abbott, 1979).